



بسمه تعالی

سوال‌های نظری

دانشگاه سیستان و بلوچستان

کد برگه

چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور

19 شهریور 1392

نام دانشگاه:

نام خانوادگی:

نام:

لطفاً به نکات زیر توجه کنید:

- 1- تنها در روی همین برگه نام و نام خانوادگی خود را بنویسید و از نوشتن نام و نام خانوادگی خود بر روی برگه‌های دیگر خودداری کنید.
- 2- پاسخ هر سؤال را روی همان برگ سؤال بنویسید و در صورت کمبود جا از پشت برگه همان سؤال استفاده کنید.
- 3- دو برگ آخر برای چرکنویس منظور گردیده است و در موقع تصحیح کردن مورد توجه قرار نمی‌گیرند. از جدا کردن آنها از برگه‌های سؤال خودداری کنید.
- 4- مدت امتحان 180 دقیقه می‌باشد.
- 5- پس از پایان امتحان از جای خود بلند نشوید تا زمانی که مراقبین برگه‌های شما را جمع آوری کنند.

موفق باشید

کمیته علمی چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور



دانشگاه سیستان و بلوچستان
چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور
19 شهریور 1392

سوالهای نظری

کد برگه

ریاضی عمومی

1-1) فرض کنید $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی اکیدا مثبت باشد و $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1}/x_n) = L$ همچنین فرض کنید $0 < \varepsilon < L$.

الف) نشان دهید اعداد حقیقی مثبتی مانند A و B و نیز $K \in \mathbb{N}$ وجود دارند به قسمی که به ازای $n \geq K$ داریم:

$$A(L - \varepsilon)^n \leq x_n \leq B(L + \varepsilon)^n \quad (5 \text{ نمره})$$

ب) براساس قسمت «الف» $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n^{1/n}$ را بیابید. (3 نمره)



دانشگاه سیستان و بلوچستان
چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور
19 شهریور 1392

سوالهای نظری

کد برگه

احتمال

1-2) فرض کنید هریک از متغیرهای تصادفی X و Y دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 بوده و ضریب همبستگی بین آنها برابر ρ باشد. مقدار $Pr(XY > 0)$ را بیابید.
(9 نمره)



دانشگاه سیستان و بلوچستان
چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور
19 شهریور 1392

سوال های نظری

کد برگه

احتمال

2-2) فرض کنید X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل نرمال استاندارد باشند.

الف) تابع مولد گشتاور توام $U = X_1 + X_2$ و $V = X_1^2 + X_2^2$ را بیابید. (6 نمره)

ب) ضریب همبستگی بین U و V را بدست آورده و نتیجه را براساس بند «الف» تفسیر کنید. (2 نمره)



دانشگاه سیستان و بلوچستان

چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور

19 شهریور 1392

سوالهای نظری

کد برگه

آمار ریاضی

1-3) فرض کنید X_1, X_2, \dots به طور متوالی از یک جامعه پیوسته استخراج شوند. نشان دهید برای $2 \leq n - m$ و $m < n$ احتمال اینکه سومین آماره ترتیبی در بین X_1, X_2, \dots, X_m برابر با پنجمین آماره ترتیبی در بین X_1, X_2, \dots, X_n شود برابر است با $6 \binom{n-5}{m-3} / \binom{n}{m}$. (9 نمره)



دانشگاه سیستان و بلوچستان
چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور
19 شهریور 1392

سوال‌های نظری

کد برگه

آمار ریاضی

2-2) متغیر تصادفی X دارای توزیع نمایی بریده شده با پارامتر θ است $(X \sim TE(\theta))$ هرگاه برای $x > \theta$ و $\theta \in \mathcal{R}$ دارای تابع چگالی $f(x; \theta) = e^{-(x-\theta)}$ باشد. حال نمونه تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n از توزیع $TE(\theta_1)$ و نمونه تصادفی Y_1, Y_2, \dots, Y_m از توزیع $TE(\theta_2)$ را در نظر بگیرید. فرض کنید دو نمونه از هم مستقلند. آزمون نسبت درست‌نمایی $H_0: \theta_1 = \theta_2$ در مقابل $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ را در سطح α انجام دهید. (9 نمره)



دانشگاه سیستان و بلوچستان
چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور
19 شهریور 1392

سوال‌های نظری

کد برگه

آمار ریاضی

3-3) فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت $U(0, \theta)$ باشد. اگر Y_n بزرگترین آماره ترتیبی نمونه و $T = \frac{n\bar{X}}{Y_n}$ ، واریانس $3T - Y_n$ را بدست آورید. (8 نمره)



دانشگاه سیستان و بلوچستان

چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور

19 شهریور 1392

سوالهای نظری

کد برگه

رگرسیون

1-4) در برازش مدل رگرسیون خطی ساده با فرض شرایط معمول برای مانده‌ها فرض کنید اندازه نمونه (n) زوج بوده و برای $i = 1, 2, \dots, n$ داشته باشیم $x_i \in \{-1, 0, 1\}$. به ازای چه تعدادی از x_i های برابر -1 و 1 واریانس برآورد شیب خط، کمترین مقدار خود را اختیار می‌کند. (9 نمره)



کد برگه

دانشگاه سیستان و بلوچستان
چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور
19 شهریور 1392

سوال‌های نظری

چرکنویس



کد برگه

دانشگاه سیستان و بلوچستان
چهاردهمین مسابقه دانشجویی آمار کشور
19 شهریور 1392

سوال‌های نظری

چرکنویس